

I. kolo kategorie Z5

Z5–I–1

Pan Krbec s kocourem Kokešem prodávali na hradě Kulíkově vstupenky. V sobotu prodali 210 dětských vstupenek po 25 groších a také nějaké vstupenky pro dospělé po 50 groších. Celkem za ten den utržili 5 950 grošů.

Kolik prodali vstupenek pro dospělé?

(M. Krejčová)

Z5–I–2

Děti na táboře házely hrací kostkou a podle výsledků plnily následující úkoly:

1	jděte 1 km na západ
2	jděte 1 km na východ
3	jděte 1 km na sever
4	jděte 1 km na jih
5	stůjte na místě
6	jděte 3 km na sever

Po pěti hodech bylo Markovo družstvo 1 km východně od startu.

1. Jakou trasu mohlo Markovo družstvo projít? Naznačte alespoň čtyři možnosti.
2. Jaký mohl být celkový součet všech čísel, která tomuto družstvu padla? Určete všechny možnosti.

(E. Semerádová)

Z5–I–3

Pan režisér Alík potřeboval do televizní pohádky čtyři psy. Dostal nabídku z Řecka, Belgie, Irska a z Dolní Lhoty. Vybral ovčáka, dalmatina, vlkodava a jezevčíka, každého z jiné země, s různým jménem a různým věkem.

- Nejstarší ze psů byl jezevčík, bylo mu 5 let.
- Bucki byl z nich druhý nejmladší.
- Vlkodav pocházel z Irska.
- Pes z Dolní Lhoty se jmenoval Punťa.
- Oddi oslavil včera své čtvrté narozeniny.
- Ovčák pocházel z Belgie.
- Rubby nebyl dalmatin.
- Vlkodav měl tři roky.
- Nejmladší z vybraných psů byl Rubby, byly mu dva roky.

Zjistěte, jak se každý vybraný pes jmenoval, odkud pocházel, jaké byl rasy a kolik mu bylo let.

(L. Hozová)

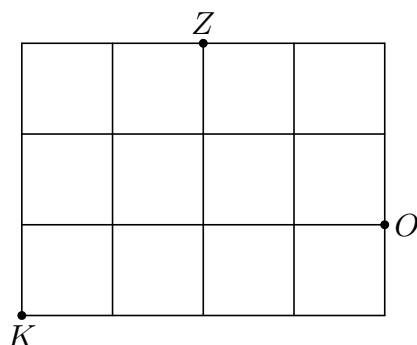
Z5–I–4

Maminka uvařila domácí rybízovou šťávu a nalévala ji do lahví. Lahve měla dvojí: malé s objemem 500 ml a velké s objemem 750 ml. Nakonec jí zbylo 12 malých lahví prázdných, ostatní lahve byly zcela naplněné. Poté maminka zjistila, že mohla šťávu nalévat tak, aby jí zbyly prázdné pouze velké lahve a všechny ostatní byly zcela naplněné.

Kolik prázdných lahví by jí v takovém případě zbylo? (M. Petrová)

Z5–I–5

Ve čtvercové síti se čtverečky o rozměrech $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ jsou vyznačeny tři uzlové body K , O a Z . Určete uzlový bod A tak, aby obsah čtyřúhelníku $KOZA$ byl 4 cm^2 . (E. Semerádová)

**Z5–I–6**

Myslím si pětímístné číslo tvořené sudými číslicemi. Pokud prohodím číslici na třetím místě s jakoukoliv jinou, číslo se zmenší. Dále prozradím, že první číslice je dvojnásobkem poslední a druhá číslice je dvojnásobkem předposlední.

Jaké číslo si myslím? (M. Mach)

I. kolo kategorie Z6

Z6–I–1

Králíci Pečínka, Fašírka, Řízek a Guláš soutěžili ve skoku do dálky. Pečínka skočila o 15 cm dál než Fašírka, která skočila o 2 dm méně než Guláš. Řízek skočil 2 730 mm, tedy o 1 m a 1 dm dál než Pečínka.

Určete pořadí a délky skoků všech králíků.

(*S. Bednářová*)

Z6–I–2

Vzal jsem klasickou černobílou šachovnici, která byla tvořena 8×8 čtvercovými políčky se stranami délky 3 cm. Políčka jsem v daném rámci přeskládal tak, že vznikl jeden černý obdélník, jeden černý čtverec a jeden souvislý bílý útvar. Jednotlivá políčka se i po přeskládání dotýkala celými stranami. Černé útvary se nedotýkaly (ani rohem) a každý z nich měl alespoň jednu stranu společnou s okrajem šachovnice.

Určete největší možný obvod bílého útvaru a nakreslete, jak by v takovém případě mohl vypadat.

(*M. Mach*)

Z6–I–3

Maminka dala do mísy 56 jahod a 39 malin a zanesla je Emě, která si četla. Ema si čtení zpříjemnila mlsáním, a to tak, že si postupně brala po dvou náhodných kusech ovoce:

- Když vytáhla dvě maliny, vyměnila je u maminky za jednu jahodu a tu vrátila do mísy.
- Když vytáhla dvě jahody, jednu snědla a druhou vrátila do mísy.
- Když vytáhla jednu jahodu a jednu malinu, snědla jahodu a malinu vrátila do mísy.

Takto nějakou chvíli mlsala, až v míse zůstal jediný kus ovoce. Rozhodněte (a vysvětlete), jestli to byla jahoda, nebo malina.

(*L. Hozová*)

Z6–I–4

Ctírad naprogramoval dva spolupracující rýsovací roboty Mikyho a Nikyho. Miky umí sestřít čtverce, pravidelné pětiúhelníky a pravidelné šestiúhelníky. Během jednoho dne však rýsuje pouze navzájem shodné mnohoúhelníky. Niky do všech Mikyho mnohoúhelníků doplňuje všechny úhlopříčky.

1. V pondělí sestřít Miky stejný počet úseček jako Niky. Které mnohoúhelníky rýsovali?
2. V úterý sestřít Miky 18 úseček. Kolik jich sestřít Niky?
3. Ve středu sestřít Miky a Niky dohromady 70 úseček. Kolik mnohoúhelníků jim dal Ctírad rýsovat?

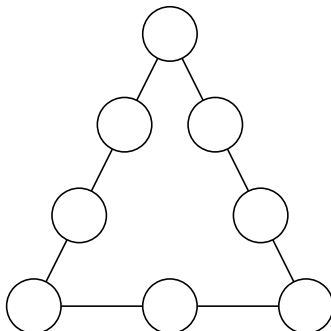
(*M. Petrová*)

Z6–I–5

Petra vepisovala do kroužků čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 tak, že každé bylo použito právě jednou a že součet čísel na každé straně trojúhelníku byl stejný.

Jaký největší součet mohla takto dostat? Uveďte příklad možného vyplnění.

(A. Bohiníková)

**Z6–I–6**

Anička a Maruška mají každá svoje oblíbené přirozené číslo. Vynásobíme-li Aničino číslo samo se sebou, vyjde nám stokrát větší číslo, než když vynásobíme Maruščino číslo samo se sebou. Sečteme-li Aniččino a Maruščino oblíbené číslo, získáme číslo o 18 větší, než je polovina Aniččina čísla.

Určete Aniččino a Maruščino oblíbené číslo.

(E. Semerádová)

I. kolo kategorie Z7

Z7–I–1

Určete, která čísllice je na 1000. místě za desetinnou čárkou v desetinném rozvoji čísla $\frac{9}{28}$. (M. Krejčová)

Z7–I–2

Kuba se domluvil s bačou, že se mu bude starat o ovce. Bača Kubovi slíbil, že po roce služby dostane dvacet zlatých a k tomu jednu ovci. Jenže Kuba dal výpověď, právě když uplynul sedmý měsíc služby. I tak ho Bača spravedlivě odměnil a zaplatil mu pět zlatých a jednu ovci.

Na kolik zlatých si bača cenil jednu ovci? (L. Hozová)

Z7–I–3

Pro skupinu dětí platí, že v každé trojici dětí ze skupiny je chlapec jménem Adam a v každé čtveřici je dívka jménem Beata.

Kolik nejvýše dětí může být v takové skupině a jaká jsou v tom případě jejich jména? (J. Zhouf)

Z7–I–4

Mezi přístavy Mumraj a Zmatek pendlují po stejné trase dvě lodě. V přístavech tráví zanedbatelný čas, hned se otáčí a pokračují v plavbě. Ráno ve stejný okamžik vyplouvá modrá loď z přístavu Mumraj a zelená loď z přístavu Zmatek. Poprvé se lodě míjejí 20 km od přístavu Mumraj a po nějakém čase se potkají přímo v tomto přístavu. To už modrá loď stihla uplout trasu mezi přístavy čtyřikrát, zatímco zelená loď pouze třikrát.

Jak dlouhá je trasa mezi přístavy Mumraj a Zmatek? (F. Steinhauser)

Z7–I–5

Odcítací pyramida je pyramida tvořená nezápornými celými čísly, z nichž každé je rozdílem dvou nejbližších čísel z předchozího patra (čteno odspodu nahoru). Zde je příklad odcítací pyramidy:

		1				
		2		1		
	2		4		5	
5		7		3		8

Význačné číslo je největší číslo odcítací pyramidy. Výtečná pyramida je odcítací pyramida, která má ve vrcholu 0 a alespoň jedno patro tvořené navzájem různými čísly.

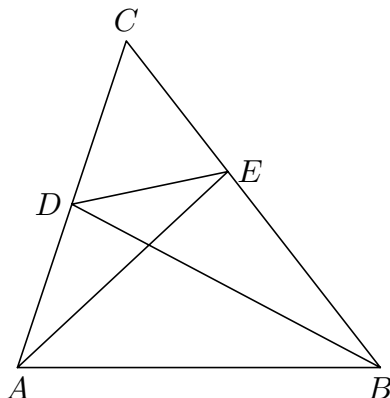
1. Kolik nejméně pater musí mít výtečná pyramida?
2. Které nejmenší význačné číslo může být obsaženo ve výtečné pyramidě s nejmenším počtem pater?

(K. Jasenčáková)

Z7–I–6

V trojúhelníku ABC leží na straně AC bod D a na straně BC bod E . Velikosti úhlů ABD , BAE , CAE a CBD jsou po řadě 30° , 60° , 20° a 30° .

Určete velikost úhlu AED .



Poznámka: obrázek je pouze ilustrativní.

(*A. Bohiniková*)

I. kolo kategorie Z8

Z8–I–1

Myslím si pětímístné číslo, které není dělitelné třemi ani čtyřmi. Pokud každou číslici zvětším o jedna, získám pětímístné číslo, které je dělitelné třemi. Pokud každou číslici o jedna zmenším, získám pětímístné číslo dělitelné čtyřmi. Pokud prohodím libovolné dvě číslice, číslo se zmenší.

Jaké číslo si můžu myslet? Najděte všechny možnosti. (M. Mach)

Z8–I–2

Na zahradě stály tři bedny s jablky. Celkem bylo jablek více než 150, avšak méně než 190. Maruška přemístila z první bedny do dvou dalších beden jablka tak, že se jejich počet v každé z těchto dvou beden oproti předchozímu stavu zdvojnásobil. Obdobným způsobem Marta přemístila jablka z druhé bedny do první a třetí. Nakonec Šárka podle stejných pravidel přemístila jablka z třetí bedny do první a druhé. Když přišel na zahradu Vojta, podivil se, že v každé bedně byl stejný počet jablek.

Kolik jablek bylo v jednotlivých bednách původně? (L. Hozová)

Z8–I–3

V trojúhelníku ABC je bod S středem vepsané kružnice. Obsah čtyřúhelníku $ABCS$ je roven čtyřem pětinám obsahu trojúhelníku ABC . Délky stran trojúhelníku ABC vyjádřené v centimetrech jsou všechny celočíselné a obvod trojúhelníku ABC je 15 cm.

Určete délky stran trojúhelníku ABC . Najděte všechny možnosti. (E. Semerádová)

Z8–I–4

Jitka byla na brigádě s neměnnou denní mzdou. Za tři dny si vydělala tolik peněz, že si koupila stolní hru a ještě jí 490 Kč zbylo. Kdyby strávila na brigádě pět dní, mohla by si koupit dvě takové stolní hry a ještě by jí zbylo 540 Kč.

Kolik korun stála stolní hra? (K. Pazourek)

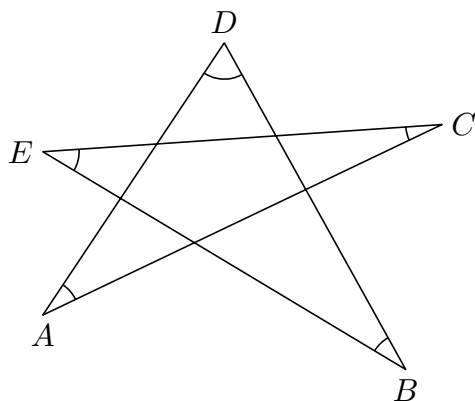
Z8–I–5

Pan Stříbrný uspořádal výstavu. Vystavoval 120 prstenů, které ležely na stolech podél stěn sálu a tvořily tak jednu velkou kružnici. Prohlídka začínala u vchodových dveří v označeném směru. Odtud každý třetí prsten v řadě byl zlatý, každý čtvrtý prsten byl starožitný a každý desátý prsten měl diamant. Prsten, který neměl žádnou z těchto tří vlastností, byl padělek.

Kolik bylo na výstavě zlatých prstenů, které byly starožitné a zároveň měly diamant? Kolik vystavil pan Stříbrný padělků? (L. Hozová)

Z8–I–6

Body A , B , C , D a E jsou vrcholy nepravidelné pěticípé hvězdy, viz obrázek. Určete součet vyznačených úhlů.



Poznámka: obrázek je pouze ilustrativní.

(*L. Hozová*)

I. kolo kategorie Z9

Z9–I–1

Slavěna si napsala barevnými fixy čtyři různá přirozená čísla: červené, modré, zelené a žluté. Když červené číslo vydělí modrým, dostane jako neúplný podíl zelené číslo a žluté představuje zbytek po tomto dělení. Když vydělí modré číslo zeleným, vyjde jí dělení beze zbytku a podílem je číslo žluté. Slavěna prozradila, že dvě z jejích čtyř čísel jsou 97 a 101.

Určete ostatní Slavěnina čísla a přiřaďte jednotlivým číslům barvy. Najděte všechny možnosti. (M. Petrová)

Z9–I–2

Najděte všechny dvojice nezáporných celých čísel x a jednomístných přirozených čísel y , pro která platí

$$\frac{x}{y} + 1 = x, \overline{y}.$$

Zápis na pravé straně rovnosti značí periodické číslo. (K. Pazourek)

Z9–I–3

V rovnostranném trojúhelníku ABC je bod T jeho těžištěm, bod R je obrazem bodu T v osově souměrnosti podle přímky AB a bod N je obrazem bodu T v osově souměrnosti podle přímky BC .

Určete poměr obsahů trojúhelníků ABC a TRN . (E. Semerádová)

Z9–I–4

Na zdi byla napsána dvě stejná pětímístná čísla. Pat před jedno z těchto čísel připsal jedničku, Mat připsal jedničku za to druhé. Tím dostali dvě šestímístná čísla, z nichž jedno bylo třikrát větší než druhé.

Která pětímístná čísla byla původně napsána na zdi? (L. Hozová)

Z9–I–5

Na hřišti jsou nakresleny tři stejně velké kruhy, z nichž žádné dva nejsou totožné. Rozmístěte 16 dívek tak, aby v každém kruhu stálo 9 dívek.

Najděte alespoň osm podstatně různých rozmístění, tj. takových rozmístění, při kterých se nerozlišují dívky ani kruhy. (Záměna jednotlivých dívek, příp. celých kruhů s dívkami dává rozmístění, které není podstatně různé od původního.) (L. Hozová)

Z9–I–6

Josef a Marie objevili na dovolené pravidelný jehlan, jehož podstavou byl čtverec o straně 230 m a jehož výška byla rovna poloměru kruhu se stejným obvodem jako podstavný čtverec. Marie označila vrcholy čtverce $ABCD$. Josef vyznačil na přímce spojující bod B s vrcholem jehlanu takový bod E , že délka lomené čáry AEC byla nejkratší možná.

Určete délku lomené čáry AEC zaokrouhlenou na celé centimetry.

(M. Krejčová, F. Steinhäuser)